INVESTIGACIÓN DIDÁCTICA SOBRE LA TÉCNICA DE CONTAR COMO ACTIVIDAD MATEMÁTICA[1]

José Antonio Fernández Bravo

1 INTRODUCCIÓN

Cuando se escucha al niño, nace constantemente la necesidad de contrastar "lo que haces" en función de "lo que obtienes con lo que haces". En ocasiones existe una gran diferencia entre: "lo que espera obtener el docente que está enseñando" y "lo que se obtiene del alumno que está aprendiendo"; diferencia entre, lo que la enseñanza *busca* en el aprendizaje y, lo que en el aprendizaje *encuentra*.

Me pregunto si la técnica de contar, aunque apoyada en válidos argumentos matemáticos, termina, o no, de favorecer, por sí misma, la dinámica de relaciones que precisa una ortodoxa interpretación matemática del concepto de número cardinal[2]; tanto en su elaboración intelectual, en su aplicación a situaciones cotidianas, o en su correcta extensión aritmética dirigida hacia las operaciones básicas: adición, sustracción, multiplicación y división[3].

Mis hipótesis de trabajo en cualquier investigación llevada a cabo sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática han sido las siguientes:

a) Que las respuestas que obtenemos no coincidan con las que esperamos, no significa en modo alguno que el niño no razone, sino que existe discrepancia entre la enseñanza y el aprendizaje.
b) El niño nunca responde por azar, si no ha sido intimidado.
c) El niño nunca quiere fallar o hacerlo mal, si no ha sido irritado.
d) Ni existe, ni existirá método alguno de enseñanza superior a la capacidad de aprendizaje de la mente humana.

La metodología llevada a cabo se apoya en la investigación-acción. Se parte de una dificultad perfectamente identificada y definida (Necesidad y justificación de la investigación), ofrecida habitualmente por un niño o grupo de niños. Se intenta dar respuesta de intervención educativa

---

[1]INVESTIGACIÓN DIDÁCTICA SOBRE LA TÉCNICA DE CONTAR COMO ACTIVIDAD MATEMÁTICA. CLAVE: ARTICULO NOMBRE: SUMA VOLUMEN: 55 DESDE PÁGINA: 21-30 EDITORIAL: FEDERACION ESPAÑOLA DE SOCIEDADES DE PROFESORES DE MATEMATICAS PAIS: ESPAÑA AÑO: 1998 ISSN: 1130-488X CALIDAD CITAS: 9 CALIDAD AREA: EDUCACION CALIDAD BASE: ISOC Y LATINDEX. LA REVISTA SE INCLUYE EN: MATHEMATICAL REVIEWS (MR); CURRENT MATHEMATICAL PUBLICATIONS; MATHSCI; ZENTRALBLATT FÜR DIDEKTIK DER MATEMATIK (ZDM)

[2] *"El número, en efecto, juega en dos terrenos: lo parecido y lo diferente. Las cosas que quieren enumerarse son parecidas en tanto que son; son diferentes en tanto que no son lo mismo. […] Para hacer cuatro bisontes es preciso no querer distinguirlos, y al mismo tiempo es necesario estar convencido de que cada uno de ellos no es uno de los otros." (Denis Guedj, 1998: 14-15)*

[3] Whitehead, en un ensayo de 1912 "Mathematics and liberal Education", publicado en Essays in Sciencie and Philosophy, decía que "Las matemáticas (se refiere a la enseñanza de la matemática)...deben ser depuradas de todo elemento que sólo pueda justificarse de cara a estudios posteriores. No puede haber nada más destructivo para una verdadera educación que el gastar largas horas en la adquisición de ideas y métodos que no llevan a ningún sitio... La sola idea de aprender tiene un sentido muy extendido de aburrimiento. Yo lo atribuyo a que a los estudiantes se les enseñan muchas cosas simplemente en el aire, cosas que no tienen ninguna coherencia con los pensamientos que surgen naturalmente en cualquier persona que viva en este mundo moderno, independiente de que sea o no un intelectual.

con unas líneas de acción didáctica que eviten esa dificultad: investigación sobre el procedimiento (El problema de la investigación: ¿Qué procedimiento didáctico de intervención educativa puede evitar esa dificultad?). Empieza un estudio de reflexión fuerte en el que se hace uso de la Lógica, la epistemología de la ciencia, y fundamentos y principios psicopedagógicos[4].

2 LA DIFICULTAD OBSERVADA

Escuchar al alumno es tener en cuenta su historia, y esto plantea una nueva relación con el conocimiento matemático en tanto que esta escucha es incorporada significativamente al proceso de producción de conocimientos y de su enseñanza. Se admite (Guyot, Cerizola y Giordano, 1993)[5] que "la consecuencia inmediata de la aceptación de este hecho se vislumbra en las prácticas de transmisión del conocimiento, en cuanto romper con rígidas exigencias que poco tienen que ver con los procesos del pensamiento en su faz creativa o reproductiva".
La observación de las respuestas que aportaban los niños y las niñas de Educación Infantil a preguntas de contenido numérico, nos dejaban en ocasiones con la boca abierta y, más que asombrarnos por lo que decían, nos aportaban esas expresiones una curiosidad por dar respuesta a las siguientes preguntas: ¿Por qué hacen lo que hacen? ¿Por qué dicen lo que dicen? No eran pocos los niños que no diferenciaban una cantidad de tres elementos, de otra de cinco elementos[6]. Para ellos una y otra eran lo mismo, debido a que por contar entendían pararse en una palabra, que a modo de canción habían aprendido en orden, según la correspondencia biunívoca que, en cada caso, se establecía entre: el sonido de los Números Naturales y, todos y cada uno, de esos distintos elementos que se tenían que contar. Si les preguntabas, por ejemplo: ¿Tiene tu compañero cinco orejas?, pues haberlos había quienes decían que sí, e incluso te lo demostraban de la siguiente forma: señalaban a una de las orejas de su compañero al tiempo que decían “uno”, señalaban la otra al tiempo que decían “dos”, volvían a señalar la señalada anteriormente al tiempo que decían “tres”, volvían a señalar... una y otra, entonces, hasta llegar a decir “cinco”.

En otra ocasión, y ya sabiendo el niño expresar el cardinal de objetos mediante conteo, se les enseñó el número cero. Lo añadieron a la canción. Ese mismo niño que antes contaba tres objetos diciendo: “uno, dos, tres; hay tres”; ahora, contaba diciendo: “cero, uno, dos; hay dos”, y, sin ser consciente de la diferencia de expresión numérica ante la misma cantidad, se quedaba tan contento, pues nada en su mente podría suponer que eso, ahora, no era así[7]. Lo cierto es que al

---

[4] *“Importa consignar que los descubrimientos más brillantes, se han debido, no al conocimiento de la lógica escrita, sino a esa lógica viva que el hombre posee en su espíritu” (Ramón y Cajal, 1995: 27)*

[5].-Proyecto de Investigación, nº 4-1-8703. LAE. Universidad Nacional de San Luis (Argentina). Publicado en el artículo “Matemática e historia: una articulación para la enseñanza”. *Enseñanza de las Ciencias,* 1993, Número Extra (IV Congreso), p. 329

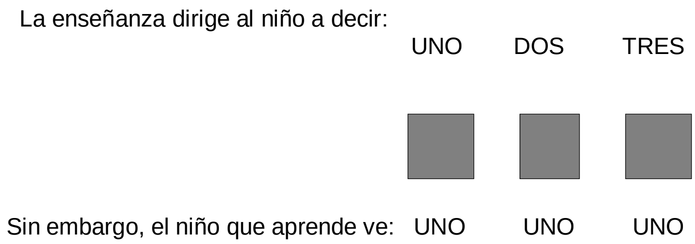
[6] La adquisición del concepto de número no es fácil: por un lado, la historia de la Matemática aporta a esa afirmación pruebas suficientes; por otro, las respuestas que obtenemos de los alumnos que entran en contacto con este tema, ofrecen datos que dejan al descubierto importantes vacíos en su comprensión, subrayando esas dificultades propias de la adquisición del concepto.

[7] "Todos los acontecimientos, incluso aquellos que por su insignificancia parecen no atenerse a las grandes leyes de la naturaleza, no son sino una secuencia tan necesaria como las revoluciones del sol. Al ignorar los lazos que los unen al sistema total del universo, se los ha hecho depender de causas finales o del azar, según que ocurrieran o se sucedieran con regularidad o sin orden aparente, pero estas causas imaginarias han ido siendo descartadas a medida que se han ido ampliando las fronteras de nuestro conocimiento, y desaparecen por completo ante la sana filosofía que no ve en ellas más que la expresión de nuestra ignorancia de las verdaderas causas" Laplace, 1795 (1985:24)

niño le daba igual, dos que tres. Pero el niño no cometía error alguno de razonamiento, pues infería correctamente de las condiciones establecidas:

a) Primera premisa: *Hay que atribuir a cada elemento un sonido.*
b) Segunda premisa: *Ese sonido señala por correspondencia a cada elemento en un orden dado.*
c) Tercera premisa: *El orden que ahora se ha de seguir es el siguiente: cero, uno, dos, tres, cuatro,...*

Nuevamente observamos lo que hacen los niños cuando cuentan, dicen: “uno, dos, tres,...” al tiempo que señalan cada vez a un elemento; es decir, que a un elemento le llaman “uno”, a otro elemento le llaman “dos”, (pero no deja de ser “uno”), a otro elemento le llama “tres”, (pero no deja de ser “uno”),...

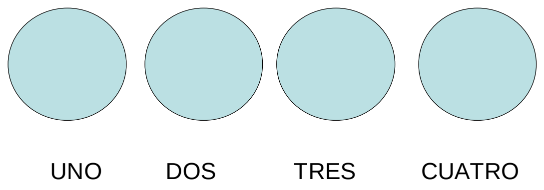


Sin excluir el contar como actividad matemática (Dehaene, 1992), nos dimos cuenta que una cosa era contar y, otra, muy distinta, ofrecer actividades que favoreciesen la retención intelectual de una cantidad de elementos. Nos introdujimos en una investigación para estudiar actividades que favoreciesen la técnica de conteo sin desnaturalizar el procedimiento matemático. [Es interesante la lectura del artículo: “El concepto de número en preescolar” (Contreras, 1989)
Las palabras “uno, dos, tres, cuatro” son ejemplos de conocimiento social. Cada lengua posee un conjunto diferente de palabras para contar. Pero la idea de número subyacente pertenece al conocimiento lógico-matemático, que es universal. (Kamii, 1995: 22)

3 LA TÉCNICA DE CONTAR COMO ACTIVIDAD MATEMÁTICA

Teniendo en cuenta las dificultades presentadas por los niños[8], descritas anteriormente, no fue difícil llegar a establecer unos pasos básicos para realizar con éxito la actividad de contar; únicamente utilizamos una reflexión lógica. Partimos, como técnica de análisis, del punto de llegada para desmenuzar los elementos básicos y esenciales a utilizar en el proceso, dándoles un orden lógico, entonces, de aparición[9].

¿Qué es o qué se entiende por contar elementos? Contar es establecer una correspondencia entre el sonido de los Números Naturales, y en el orden en el que éstos aparecen, con todos y cada uno de esos distintos elementos. Si G es el grupo de elementos que hay que contar, éstos se darían por contados cuando se define una aplicación de $N \rightarrow G$, siendo N el conjunto de los Números Naturales. Así, por ejemplo, si lo que tengo que contar son los elementos del siguiente grupo de círculos, simplemente haría corresponder, con cada uno, el sonido de los Números Naturales:

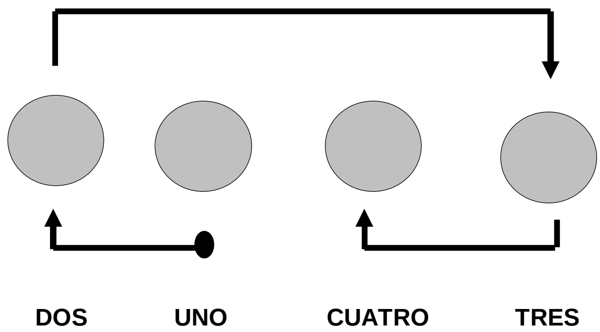


Dicho esto, parece que hemos terminado, pero no es del todo cierto. Contar tiene una consecuencia: "el último sonido pronunciado coincide con el cardinal", en este caso, de círculos. Así, podemos decir, entonces, que hay cuatro círculos. Si es así, y seguimos el orden de los Números Naturales, da igual por qué elemento empecemos:

---

[8] *"Preferible es la arrogancia al apocamiento; la osadía mide sus fuerzas y vence o es vencida, pero la modestia excesiva huye de la batalla y se condena a vergonzosa inacción" (Ramón y Cajal, 1995: 31)*

[9] *"Como han afirmado muchos pensadores y pedagogos, el descubrimiento no es fruto de ningún talento originariamente especial, sino del sentido común mejorado y robustecido por la educación técnica y por el hábito de meditar sobre los problemas científicos" (Ramón y Cajal, 1995: 45-46)*



Pero qué curioso debe ser esto para los ojos del niño, neófito en la materia, y teniendo que entender -¿quizás a la fuerza?- que a un círculo le hemos llamado uno, que a un círculo le hemos llamado dos; ¿cómo?, ¡eso no puede estar bien! Un círculo es uno, no es dos, ni cuatro, -¡qué jaleo!- Ya, ya sé que el niño no entiende. Y que lo que tiene que entender es que cuando dice dos, es que hasta ahí, van dos; y cuando dice tres, es que hasta ahí, lleva tres elementos: Hay que ir acumulando.

Quizás haya que decir algo más sobre el contar y completar lo que hasta ahora se ha dicho con algo fundamental matemáticamente hablando. Lo que tenemos es una sucesión de círculos. Observamos que, de izquierda a derecha: el primer elemento es uno, el segundo elemento es uno, el tercer elemento es uno, y así sucesivamente. Luego, lo que hasta ahora tenemos es una sucesión constante. La suma de los *n* primeros términos de esa sucesión definiría, entonces, el contar. El primer elemento de este sumatorio sería 1, el segundo elemento 2 y así sucesivamente: 3, 4, 5, 6,...

$$Sn = a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \ldots a_n$$

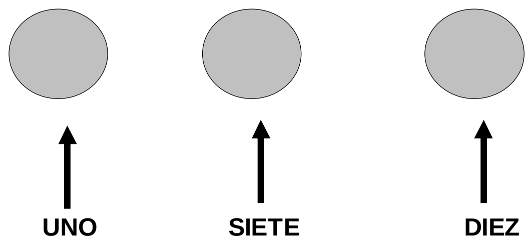
Siendo: $a_1 = 1;\ a_2 = 1;\ a_3 = 1;\ a_4 = 1;$
$a_5 = 1; \ldots a_n = 1$

$$Sn = 1, 1, 1, 1, 1, 1, \ldots, 1$$

$$\sum(Sn) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots, n$$

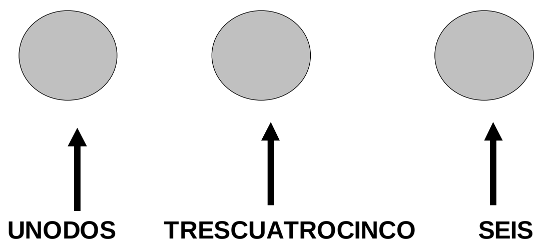
Así que, según estos acontecimientos y sabiendo lo que se sabía, empezamos a trabajar después, como bien se ha visto, de escuchar al niño y a la Matemática. Pero todavía no habíamos escuchado todo lo que el niño tenía que decirnos, pues haberlos había que al contar hacían lo siguiente:

A) No recitaban en el orden adecuado

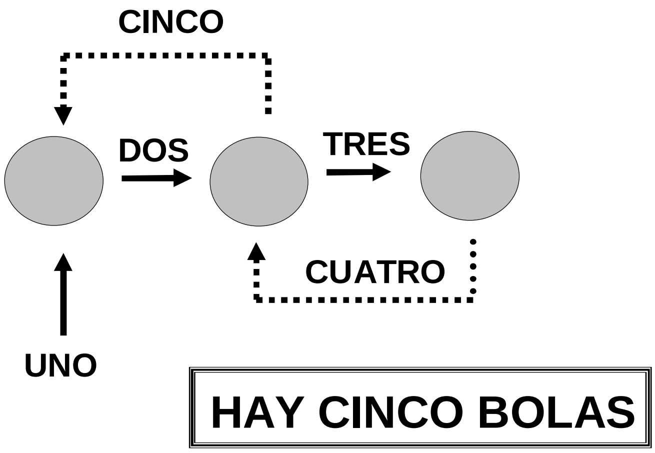


B) Cuando contaban en el orden adecuado, no separaban correctamente los sonidos, estableciendo la correspondencia de forma incorrecta.

B) Cuando recitaban en el orden adecuado



C) Cuando, en el mejor de los casos, contaban en orden y separaban los sonidos, nombraban varias veces un mismo elemento, confundiendo, en términos matemáticos: la correspondencia biyectiva con la correspondencia sobreyectiva



Sin nombrar todas aquellas combinaciones que de estos errores descritos nos encontrábamos, o aquellos que eran poco habituales, pero que no por ello dejaban de tener importancia. En cierta ocasión, un niño contó perfectamente tres pinturas, diciendo: uno, dos y tres. Inmediatamente después le dijimos que escribiera el número de pinturas; y escribió: 1, 2, 3. Nosotros esperábamos que escribiera sólo el número 3, pero él, sin embargo, escribió los tres números.

¡Qué lógica!, pensé rápidamente: ha escrito los tres números que ha pronunciado. Quizás no sepa que el último sonido pronunciado coincide con el cardinal. Quizás haya que admitirlo como error científico, pero quizás no haya que considerarlo error de razonamiento[10].

3.1 FASES PARA EL APRENDIZAJE DE LA ACTIVIDAD DE CONTAR

Si lo que queremos es averiguar el cardinal de una cantidad de elementos a través de contar, y contar tiene como consecuencia que el último sonido pronunciado -y por acumulación- coincide con el cardinal, entonces tendremos que provocar actividades desde las que perciban la idea acumulativa, enseñando, antes que esto, a pronunciar ese "último sonido" respecto al orden establecido en los Números Naturales. Si para llegar a pronunciar ese "último sonido" tenemos que hacer corresponder los sonidos con los elementos, tendremos que enseñarles, antes de eso, a establecer correspondencias. Si esas correspondencias a las que nos referimos se establecen en orden entre los elementos y el sonido de los Números Naturales, tendremos que presentarles, antes que eso, la separación de los sonidos con los que establecer la correspondencia. Como no se puede separar algo que se desconoce, tendremos que enseñarles, antes que a separar algo, aquel algo que hay que separar. Así pues, descubrimos cuatro fases fundamentales que, en un orden dado, evitaban los errores descritos anteriormente:

CANCIÓN: Sonidos ordenados de los números Naturales.

SEPARACIÓN: Independencia de los sonidos. Separar los sonidos ordenados de los números Naturales, por referencia a cada número.

CORRESPONDENCIA: Establecer una correspondencia biunívoca entre cada sonido y cada elemento.

[10] "Aprendan ante todo los profesores a observar atentamente a sus alumnos, a captar sus intereses y sus reacciones, y cuando sepan leer bien en ellos, comprobarán que en ningún libro ni tratado existe tanta sustancia pedagógica como en el libro abierto de una clase, libro eternamente nuevo y sorprendente". (Puig Adam, 1956:8)

CONSECUENCIA: Identificar el cardinal de elementos en el último sonido pronunciado.

CANCIÓN

Les enseñaremos a modo de canción, y por convencionalismo, los sonidos que vamos a utilizar: uno dos tres cuatro cinco seis...

Haremos uso de retahílas, poemas, canciones populares... que sirvan para grabar en la memoria la secuencia de esos sonidos; así, por ejemplo:

- Uno, dos, tres,
  Uno, dos, tres,
  ¡Me gusta contar
  otra vez!

- Uno, dos y tres
  Pedro, Juan y José.
  Lima, naranja y limón,
  Rosa, clavel y botón.

También podemos inventar canciones que se adapten a situaciones de nuestra intervención educativa cotidiana, aunque gocen –creamos- de poca originalidad. Las asociaciones reiteradas tienen más influencia memorística a estas edades que el uso esporádico de canciones, por atractivas que éstas sean.

SEPARACIÓN

Les enseñaremos a separar los sonidos de la canción que ya se saben: uno, dos, tres, cuatro, cinco,... Entendiendo el niño que “uno” es un sonido, que “dos” es otro, y distinto; y así, sucesivamente.

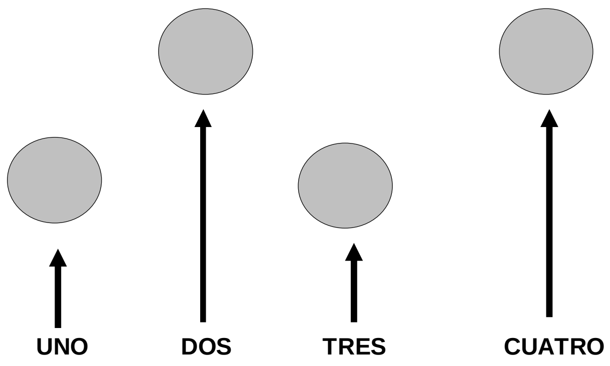
Podemos hacer uso de palmadas al tiempo que pronunciamos uno de esos sonidos. Así, estableceremos una correspondencia entre sonido y palmada: Uno (Palmada); dos (palmada); tres (palmada); cuatro (palmada);...

Otra actividad, podría consistir en utilizar papeles de distintos colores, enseñando un papel de un color distinto al tiempo que pronunciamos uno de esos sonidos. Así, estableceremos una correspondencia entre color y sonido, por ejemplo: Uno (rojo); dos (amarillo); tres (verde);...

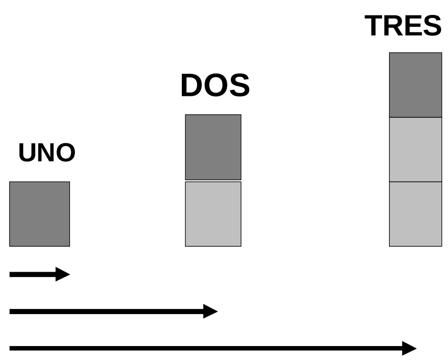
Cualquier actividad que ayude al niño a percibir la separación de todos y cada uno de esos sonidos que ya sabe pronunciar en orden, por la etapa anterior; dotándolos intuitivamente de independencia y unicidad.

CORRESPONDENCIA

Les enseñaremos a establecer una correspondencia biunívoca (uno-uno) entre los elementos a contar y los sonidos separados.



Pero no lo haremos horizontalmente, ya que de esta forma no provocamos una buena percepción intuitiva sobre la idea de acumulación, sino **verticalmente con elementos que se puedan apilar**. Las primeras actividades de conteo deben ser verticales: Diremos “uno” (al tiempo que ponemos el primero), “dos” (al tiempo que ponemos el segundo), “tres” (al tiempo que ponemos el tercero),...



Cuando decimos dos, el niño ve dos, y no: uno; que es lo que vería si trabajásemos horizontalmente. Cuando decimos tres, el niño ve tres. También cuando decimos tres, el niño ve una torre más alta que cuando decimos dos, ayudando intuitivamente a la comparación de cantidades. De esta forma, también ayudamos al niño a saber cuándo se termina de establecer esa correspondencia (no hay más elementos que colocar), evitando así, que el niño cuente más de una vez el mismo elemento.

CONSECUENCIA

Contar es establecer una correspondencia entre el sonido de los Números Naturales, y en el orden en el que estos aparecen, con todos y cada uno de esos distintos elementos. Y esto es lo que hemos realizado en el apartado anterior. Y hemos colocado verticalmente para permitir que el niño perciba de una manera intuitiva la acumulación de elementos por el nombre que a cada uno le corresponde. Pero Contar tiene una consecuencia: el último sonido pronunciado coincide con el cardinal de elementos, y este es el trabajo que ahora nos embarcamos.

Algunos de nosotros creemos que la respuesta del niño a la pregunta ¿Cuántos/as...? es innata; nada más lejos de la realidad. La respuesta a la pregunta cuántos es convencional y consecuencia de varias definiciones y relaciones, por lo que es necesario enseñarle al niño a responder a esas preguntas. Podemos actuar siguiendo un protocolo que hasta ahora ha funcionado positivamente.

A partir de un número de elementos cualesquiera, que respeten siempre la adquisición de los pasos anteriores por parte del niño (no tiene sentido contar veinte elementos si el niño sólo ha trabajado los apartados anteriores hasta nueve), trabajaremos exactamente igual que en el punto tres colocándolos verticalmente. Así, por ejemplo, si tuviéramos tres libros, diríamos: uno, dos, tres (formando una torre de tres libros). Una vez pronunciado el último sonido (tres) le diremos al niño: "Entonces decimos que hay tres libros", e inmediatamente después les preguntaremos: ¿Cuántos libros decimos que hay? (tres, responderán ellos). Repetiremos esto varias veces dejando también que sean ellos quienes construyan las diferentes torres para intervenir nosotros rápidamente a partir del último sonido pronunciado: "Entonces decimos que hay cinco cubos", ¿Cuántos cubos decimos que hay?; Entonces decimos que hay..., ¿Cuántos... decimos que hay?"

Del mismo modo actuaremos cuando el cardinal de elementos es uno. Les diremos: Entonces decimos que hay UNO libro; UNO carpeta; UNO... Esto puede parecer ridículo, PODRÍAMOS PENSAR, porque en español se debería decir: UNA carpeta; UN libro, pero eso no es del todo cierto, debido a que el número es el número UNO y los números no tienen género. Si admitimos UNA carpeta, ¿por qué no admitimos OCHA mesas? No genera ningún problema que el niño oiga UNO carpeta y, UNO libro. Posteriormente y, por adaptación cultural a nuestra lengua, les diremos: Cuando nosotros decimos UNO carpeta, los mayores dicen "una carpeta". Cuando nosotros decimos "UNO libro", los "mayores" dicen "un libro". De este modo, el niño no confundirá el determinante con el número, y sabrá interpretar matemáticamente de forma correcta las expresiones: "una flor", "un cuaderno", una..., un..., con el número UNO.

- **Contamos los libros: Uno, dos, tres, cuatro, cinco.**
- **Entonces, decimos que hay cinco libros.**
- **¿Cuántos libros decimos que hay?**
- **Cinco.**

El niño llega a intuir que el último sonido pronunciado, y en el orden de los Números Naturales, es la respuesta pedida a la pregunta: ¿cuántos...? Así, llegará un momento en el que sabrá qué hacer para responder directamente a nuestras preguntas sobre el cuántos: ¿Cuántos cubos hay?, ¿cuántos "..." hay? También el niño estará preparado para ejecutar correctamente una orden dada sobre una cantidad de elementos; así, por ejemplo, ahora se le podría pedir que nos enseñase: "dos cuadernos", "cinco estuches",...

3.1.1 EL NÚMERO CERO

El concepto de número cero, no debe introducirse nunca en primer lugar. Los niños deben percibirlo a estas edades como ausencia de elementos. Y nadie puede ser consciente de la ausencia de elementos si antes no ha sido consciente de su existencia. Así, que podríamos proceder de formas similares a ésta: Se cuentan, por ejemplo, una cantidad de objetos que se sujetan encima de una mesa. Supongamos que el niño ha respondido correctamente a las preguntas: ¿Qué ves encima de la mesa? ¿Cuántos... hay encima de la mesa?; y esas respuestas fueran: botes y tres, respectivamente. Ahora quitaremos todos los botes que hay encima de la mesa, y preguntaremos: ¿Ves ahora botes encima de la mesa?; "No", será la respuesta del niño. Nosotros nos expresaremos inmediatamente después de la siguiente forma: "Entonces decimos que ahora hay **cero botes -"cero"- encima de la mesa**" "¿Cuántos botes decimos que hay ahora encima de la mesa? (CERO). Haremos este ejercicio con elementos de distintas clases y con diferentes cantidades, para que el niño entienda por "hay cero", la ausencia total de esos elementos cuya propiedad numérica se ha identificado anteriormente, o, la negación de cantidad alguna, en magnitud cualquiera.

3.2 IDENTIFICACIÓN DEL NÚMERO CARDINAL QUE REPRESENTA UNA CANTIDAD, Y VICEVERSA

Una vez que el alumno responde correctamente a la pregunta cuántos, y asocia la respuesta con la cantidad de elementos que corresponde, les presentaremos el dibujo que representa esa cantidad para que su mente interprete ese símbolo matemáticamente, al que se le reconocerá a partir de ahora como número. Así, les diremos: UNO, se dibuja así: 1; DOS, se dibuja así: 2; CUATRO, se dibuja así: 4; CERO, se dibuja así: 0;... Evitando hacer alusión a cualquier ayuda que pueda desnaturalizar el concepto que tienen que intelectualizar.

El niño ya sabe el nombre numérico de una cantidad de elementos, mediante conteo. Ahora, tendrá que asociar ese nombre numérico con la cantidad y el símbolo matemático que representa esa cantidad; sólo entonces se puede decir que hablamos de número. El número es una entidad intelectual, no se percibe en la realidad, se proyecta a la realidad.

Para que esta asociación: nombre, cantidad y símbolo, tenga sentido para el niño y lo construya en su mente de una manera ortodoxa, matemáticamente hablando, es necesario que establezca una correspondencia perfecta entre lo convencional y lo intelectual.

Actividad Uno: El niño distinguirá y reconocerá con su propio lenguaje las formas (1, 2, 4, 0, 3, 5,...) Obsérvese que no son números, sino dibujos que el niño debe identificar de forma libre[11].

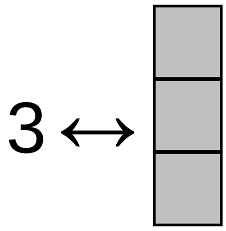
Actividad dos: Una vez el niño sepa que el último sonido pronunciado coincide con el cardinal y responde a la pregunta ¿Cuántos? (Trabajo que hemos desarrollado en el apartado

[11] Evitaremos influir en la percepción libre del niño con canciones como: "El uno es un soldado..., el dos es un patito..." éstas pueden desnaturalizar el posterior concepto de número. Algún niño puede creer que dos es uno: por eso del patito; y nada más lejos de la realidad. Evítese, desde la enseñanza, todo eso de que si... el uno es un soldado, el cuatro una silla, el cero es una rosquilla, o cosas parecidas.
En estos momentos no estamos hablando de números, sino de formas, por lo que conviene que sea el niño el que nos diga lo que ve desde lo que su experiencia le ha preparado para ver. Para algunos niños la forma: 1, puede ser un "delgado", "un palo", etc.; para otros o los mismos, la forma: 2, puede ser "un torcido", "una percha", "un circuito", "un dos" o "un patito". Que se respete lo que él ha visto es muy distinto a que él tenga que respetar lo que nosotros queramos que vea. ¡Qué obsesión tiene la enseñanza en poner en la mente del niño los ojos del maestro! ¿Cómo vamos a educar así la observación?

“CONSECUENCIA”), le informaremos cómo se dibuja el nombre numérico que asocia correctamente a una cantidad.

- **Contamos los libros.**
- **Uno, dos, tres.**
- **Entonces, decimos que hay tres libros.**
- **¿Cuántos libros decimos que hay?**
- **Tres.**
- **Tres, se dibuja así: 3 (Ese es el dibujo del número tres)**[12]

Los símbolos dieron lugar a la concepción de números tan grandes que nunca habrían podido ser descubiertos por observación directa o por enumeración. (Aleksandrov, 1994: 28)



- UNO, se dibuja así: 1
- DOS, se dibuja así: 2
- TRES, se dibuja así: 3
- CERO, se dibuja así: 0
- CUATRO, se dibuja así: 4
- [...]

Se realizarán actividades en las que el niño pueda buscar el número que le corresponde a una cantidad de elementos, por su cardinal; y actividades en las que el niño pueda encontrar la cantidad de elementos que representa un número cardinal[13].

3.2.1 CONTAR ELEMENTOS EN CUALQUIER POSICIÓN

Si bien es cierto que la colocación vertical ayuda al niño a ver la acumulación de elementos, también es cierto que tras esa ayuda el niño tiene que saber contar cualquier cantidad de elementos en cualquier posición. Para enseñar esto utilizaremos el desafío y la provocación a partir de lo que saben. Una técnica consiste en pedir al niño nos diga cuántos lapiceros hay (estos están por ejemplo encima de una mesa) El niño no los puede apilar en forma de torre, entonces esperaremos a ver qué se le ocurre para responder a nuestra pregunta (Es importante que estos

[12] McCloskey et al. (1985) proponen componentes separados para la comprensión y producción de números arábigos y palabras. Uno de los postulados fundamentales de este modelo es la comunicación entre los distintos módulos - *input* y *output* mediada por representaciones internas abstractas.

[13] Entre los tres y cinco años, el niño aprende difícilmente los cinco o seis primeros números, si se considera que el conocimiento puramente verbal de la serie de los números no corresponde a una verdadera adquisición.(Mialaret, 1962: 15)

ejercicios se realicen después de dominar la técnica en posición vertical). Observaremos que muchos niños nombran: Uno, dos, tres, señalando cada vez a uno de ellos. Estos niños han intuido perfectamente que al que llaman dos es aquel que haría una cantidad de dos por acumulación y, así, sucesivamente. Jugaremos varias veces con elementos que no se puedan apilar hasta consolidar la técnica. Otros niños, sin embargo, se empeñarán en ponerlos en forma de torre, diciendo algo parecido a: "no se puede poner", "no vale",... Aceptaremos lo que nos digan, sin indicar ayuda alguna en absoluto.

Otra técnica, consistirá en utilizar elementos que se puedan posicionar verticalmente, pero que, ahora, no lo estén, y pedir a los niños que respondan a la pregunta: ¿Cuántos...?, sin utilizar las manos y teniendo éstas, siempre detrás de ellos. Observaremos qué se les ocurre, estudiaremos el margen de error y acierto. También aceptaremos lo que nos digan sin indicar ayuda alguna en absoluto. Después de que el niño responda, será él quien lo coloque verticalmente para que le sirva de autocorrección.

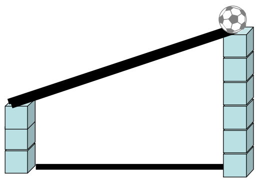
Otra técnica, más fácil que las anteriores, consiste en contar elementos que se puedan apilar verticalmente formando torres. Una vez los hayamos contado y sepamos cuántos hay, provocaremos intencionadamente el derrumbe de la torre, invitando al niño a responder a la pregunta: cuántos hay. Ocurrirá lo siguiente: Unos niños dirán el número que recuerdan y no contarán de nuevo; otros, contarán construyendo de nuevo la torre; y, otros, señalarán cada elemento contando correctamente, sin necesidad de apilar.

3.3 ORDENAR

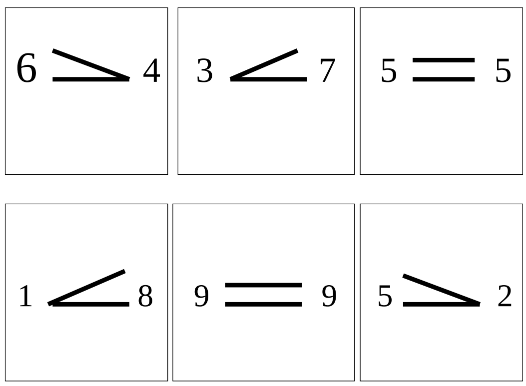
Llegados a este punto podemos comparar cantidades de elementos que se disponen verticalmente en dos torres. Tiene que aprender el niño: dónde hay más, dónde hay menos, o, cuándo en una torre hay tantos como en la otra.

1. Jugaremos con una pelota y una rampa a modo de tobogán. Si sabemos dialogar con el niño, mediante claros ejemplos y contraejemplos[14], rápidamente descubrirá los símbolos comparativos: mayor que, menor que o igual.

[14] Se pueden ver el libro "Didáctica de la Matemática en Educación Infantil" Grupo Mayéutica. Madrid, 2006



El niño de Educación Infantil puede interpretar correctamente los signos “mayor que” y “menor que”, pero no por ello debemos obligarle a dibujarlos; acción difícil e innecesaria.



"En general puede afirmarse que no hay cuestiones agotadas, sino hombres agotados en las cuestiones." (Ramón y Cajal, 1995: 37)

GRÁFICOS

Los siguientes gráficos muestran, en tantos por ciento, diferencias de los aciertos, al utilizar la técnica de contar para responder a la pregunta “cuántos”, entre los grupos experimental y control, de niños de tres, cuatro y cinco años de edad. Tanto el grupo experimental, como el grupo control es la suma de grupos experimentales y grupos de control utilizados durante tres cursos académicos diferentes, y en diferentes centros educativos.

- Muestra de Centros: Estratificada, por etapas, cronológica y no probabilística.
- Muestra de grupos: Probabilística (aleatoria simple).
- Muestra de alumnos: Coincide con la población de los grupos.

TRES AÑOS CONTAR	**EXPERIMENTAL N = 67**	**CONTROL N = 63**	**DIFERENCIA**
Hasta 3	**100**	**89**	**11**
Hasta 5	**100**	**82,5**	**17,5**
Hasta 10	**34,33**	**38,1**	**- 3,77**
Más de 10	**16,4**	**20,6**	**- 4,2**

CUATRO AÑOS CONTAR	**EXPERIMENTAL N = 62**	**CONTROL N = 69**	**DIFERENCIA**
Hasta 5	**100**	**91,3**	**8,7**
Hasta 10	**100**	**85,5**	**14,5**
Más de 10	**80,1**	**69,6**	**10,5**

CINCO AÑOS CONTAR	**EXPERIMENTAL N = 73**	**CONTROL N = 69**	**DIFERENCIA**
Hasta 10	**97,3**	**89,8**	**7,5**
Hasta 20	**97,3**	**86,9**	**10,4**

BIBLIOGRAFÍA

ALEKSANDROV y otros (1973): *La matemática. Su contenido, métodos y significado.*3 Vols. Alianza. Madrid

CONTRERAS GONZÁLEZ, L. C. (1989): “El concepto de número en preescolar”, *Suma* 3, 29-33

BOYER, C. (1987): *Historia de la matemática.* Alianza. Madrid
CARR, W. y KEMMIS, S. (1988): *La investigación-acción en la formación del profesorado.* Martínez Roca. Barcelona
DEHAENE, S. (1992): “Varieties of numerical abilities”. *Cognition*, 44, 1 - 42.
DENIS GUEDJ (1998): *El imperio de las cifras y los números.* Ediciones B. Barcelona.
FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2005): *Enséñame a contar. Investigación didáctica sobre la técnica de contar como actividad matemática.* Grupo Mayéutica. Madrid
FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2006): *Didáctica de la Matemática en Educación Infantil.* Grupo Mayéutica. Madrid
GUYOT, CERIZOLA Y GIORDANO (1993): “Matemática e historia: una articulación para la enseñanza”. *Enseñanza de las Ciencias*, 1993, Número Extra (IV Congreso)

KAMII, C. (1995): “El número en la educación preescolar”. ED. Visor. Madrid.
LAPLACE Ps (1985): *Ensayo filosófico sobre las probabilidades.* Alianza Editorial. Madrid.
LAWRENCE, E; T.R THEARKISTAN Y N.S ISAACS (1968): *La comprensión del número y la educación progresiva del niño según Piaget.* Paidos. Barcelona.
MCCLOSKEY, M., CAMARAZZA, A. Y BASILI, A. (1985): “Cognitive mechanisms in number processing and calculation: Evidence from dyscalculia”. *Brain and Cognition*, 4, 171-196.
MIALARET, G. (1962): *Pedagogía de la iniciación en el cálculo.* Ed. Kapelusz. Colección de pedagogía práctica. Buenos Aires
NEWMAN, D.; GRIFFIN, P., y COLE, M. (1991): *La zona de construcción del conocimiento.* Morata. Madrid
PUIG ADAM, Pedro (1956): *Didáctica, Matemática, Eurística*. Institución de Enseñanza Laboral. Madrid.
RAKITOV, A. (1989): “Formas y métodos del conocimiento científico”. En *Fundamentos de Filosofía*. Progreso. Moscú. pp. 343-363
RAMÓN Y CAJAL, Santiago (1995): *Reglas y consejos sobre investigación científica.* Los tónicos de la voluntad. Espasa Calpe. Colección Austral. Madrid.
WHITEHEAD Alfred North (1912): "Mathematics and Liberal Education", Journal of the Association of Teachers of Mathematics for the Southeastern Part of England. Volume I, Number 1 in A philosopher looks at science, (Philosophers Library) New York, 1965