La inestabilidad de la normalidad del error en la actividad escolar. ¿Cuánto de error tienen los errores que cometen los alumnos?

The instability of the standarized practice of the mistake in the school context: how much of a mistake is there in a student's wrong answer?

José Antonio Fernández Bravo
Doctor en Educación. Profesor en el CES Don Bosco (UCM)

Resumen

La *normalidad* escolar admite que la causa del error cometido por un estudiante esté en el estudiante como sujeto que aprende; este apunte se considera prueba de la *estabilidad* del sistema de enseñanza. Lo que supone esa *estabilidad* es que un alumno que responde correctamente a las preguntas que se le formulan, acierta. Y un alumno que responde incorrectamente a las preguntas que se le formulan, comete error. ¿Y si esas expresiones no guardaran tan estrecha implicación, y no se correspondieran tan clara y evidentemente con las relaciones establecidas? Son demasiadas las situaciones en las que no se corresponde la respuesta incorrecta con un mal razonamiento. Estudiando las respuestas de los alumnos desde el *conocimiento científico* y desde el *razonamiento lógico,* se analizan distintos tipos de acierto o error que se clasifican en casos. Esta clasificación nos servirá de apoyo en la investigación educativa para la innovación de la práctica docente.

Palabras clave: error de enseñanza, error de aprendizaje, metodología, didáctica, matemática, razonamiento lógico, conocimiento científico, investigación.

Abstract

Nowadays, the belief that the cause of the students' learning mistakes lies in the students themselves has become a standard premise in the school context. If a student answers correctly those answers he is being asked, he is getting them right. On the contrary, if a student answers those questions incorrectly, he is making a mistake. However, there are many situations in which a direct correspondence between a wrong answer and a wrong way or reasoning does not exist. If the students' answers were studied from the point of view of scientific knowledge and logical reasoning, it would be possible to analyze different types of mistakes and to classify them in different categories. This classification will be an important perspective when doing research into the innovation of teaching practices.

Key words: teaching mistake, learning mistake, methodology, Didactics, Mathematics, logical reasoning, scientific knowledge, research.

ISSN: 1576-5199
Fecha de recepción: 22/12/2010
Fecha de aceptación: 17/02/2011

¿Para qué repetir los errores antiguos habiendo tantos errores nuevos que cometer?
(Bertrand Russell)

1. Introducción

«Si tienes tres caramelos, ¿te puedes comer cinco?», le pregunté en cierta ocasión a un niño. Él me miró muy serio... y me respondió con un rotundo «¡no!». Yo sonreí (supongo que por obtener la respuesta esperada) y le dije: «muy bien». A continuación le pregunté, «¿por qué no te puedes comer cinco?» Y el niño me respondió con total naturalidad: «porque vomito». Aunque sea difícil de admitir, esa respuesta es la conclusión de un razonamiento totalmente correcto a partir de unas premisas que descubrimos días más tarde mientras dialogábamos con su madre.

Se considera dentro de la *normalidad* escolar que la causa del error cometido por un estudiante esté en el estudiante como sujeto que aprende. Este apunte se considera prueba de la *estabilidad* del sistema de enseñanza. Se tendría, entonces, que considerar esa *estabilidad,* –debido a la ausencia de *normalidad*– si la causa del error cometido por el estudiante fuera externa a éste, y no estuviera en él como sujeto que aprende. Lo que supone la *estabilidad académica* es que un alumno que responde correctamente a las preguntas que se le formulan, acierta; si acierta, obtiene buenos resultados; si obtiene buenos resultados, «sabe». Del mismo modo, supone que un alumno que responde incorrectamente a las preguntas que se le formulan, comete error; si comete error, no obtiene buenos resultados; si no obtiene buenos resultados, «no sabe». ¿Y si todas esas expresiones no guardaran tan estrecha implicación, y no se correspondieran tan clara y evidentemente con las relaciones establecidas entre: el saber y el acierto; y, el error y la ignorancia?

Estudiando las respuestas del alumno desde el *conocimiento científico* y desde el *razonamiento lógico* y, combinando éstos, se llega a varias conclusiones a tener en cuenta para la intervención educativa. Se destaca que son muchos los alumnos que pueden responder incorrectamente a una pregunta, razonando perfectamente. Se analizan distintos tipos de respuestas que se clasifican en casos, respecto a sus causas y consecuencias en función del pensamiento del alumno. Esta clasificación ofrece alternativas de diagnóstico sobre el error y, posibles acciones, a modo de tratamiento, que vuelven inestable *la* *normalidad del error* cometido por los estudiantes en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

¿Son errores los fallos que cometen nuestros alumnos? Alguien me contaba que una niña no entendía que existieran fracciones mayores que el número uno. Ese alguien decía: «*No sé qué hacer con ella; es dura de mollera*» (¡ya estamos con ese derrame de fantasía!) Tuve ocasión de ojear el libro de texto que utilizaba para la clase de matemáticas. En este libro se leía textualmente: «La fracción es una parte de la unidad». A partir de esa expresión yo también dudé. Me preguntaba, si la unidad es una entidad finita y las partes son menores que el todo, ¿es posible que haya una fracción mayor que la unidad? ¿Hay partes de la unidad mayores que la unidad? En el mismo libro aparecía un sugerente ejercicio que aumentó mi asombro: «Rodea los números que son fracciones: 1/2; 6/5; 2; 3/4; 1; 3; 2/5». Recurrí rápidamente a la «guía del profesor» para ver qué se suponía que esperaba el libro como respuesta correcta; y ahí mi perplejidad cuando veo que sólo rodea los números con numerador y denominador. Un fuerte error de contenido, entre otros muchos que aparecen en los libros actuales; tristemente, cada vez más. En los ejercicios de recapitulación del tema, del mismo libro, aparecía un ejercicio que paso a describir: «*había dos flores, una con tres pétalos y otra con cuatro pétalos. En el centro de ambas flores (representado por un círculo al que se unían los pétalos dibujados) aparecía el número 1. En un pétalo de la primera, aparecía escrito el número 1/3, los otros dos pétalos estaban en blanco. En un pétalo de la segunda, aparecía 3/4, los otros tres pétalos estaban en blanco. La orden de este ejercicio decía "Fíjate muy bien y completa con las fracciones que faltan". Respecto a la primera flor no tenía duda alguna: completaría ambos pétalos con 1/3; ¿qué sentido tenía entonces el 3/4 de la segunda flor? (¡Menos mal que ahora vienen los libros con soluciones!) Tuve que volver a hacer uso de esa "Guía ¿didáctica?" y encontré con pesar la siguiente solución: los pétalos se completaban con los números 2/3 y 3/3, en la primera flor descrita; y, en la segunda, con 1/4, 2/4 y 4/4*».

¿Empatía con el aprendizaje o con la enseñanza? A partir de esos hallazgos de contenido en los libros de texto, me hice la siguiente reflexión: «si yo fuera ahora un niño de esa clase, suspendería incluso contestando bien: la respuesta que yo daría no coincidiría con la que el libro espera». Entonces, ¿qué se entiende por *saber*? ¿Se dice que un niño *sabe* cuando responde «correctamente» a las preguntas o ejercicios que se le plantean? ¿Y qué se entiende por respuesta correcta? ¿La respuesta «correcta» es aquella que coincide con la que el profesor o el libro espera?

> *El mercado está inundado de libros analfabetos e incompetentes; una verborrea vacía, llena de términos extraños y esotéricos, pretende expresar conocimientos profundos; expertos sin cerebro, sin carácter y sin un mínimo de temperamento intelectual, estilístico o emocional [...]. Los maestros que usufructúan graduaciones y temen el fracaso, moldean los cerebros de sus pupilos hasta que éstos hayan perdido la última brizna de imaginación que alguna vez pudieran haber poseído. (Feyerabend, 1981:208)*

No son pocos los alumnos que aprobando, por ejemplo, el tema de las magnitudes de medida en 4º curso de Educación Primaria[1], desconocen lo que es una balanza. Y cuando les preguntas por la longitud aproximada de un coche, se expresan con comentarios como: «*¡ala, el de mi padre es nuevo y por lo menos mide 100 metros!*».

Mal se interpretarían estas palabras si se recogen desde la amenaza de una crítica destructiva a la labor docente; sólo queremos, como nos sugiere Téllez (2006), aprender de la experiencia. Por eso no podemos negar la existencia de procedimientos acomodaticios que desvelan una educación vulgar, y que no pueden eludir al pensamiento crítico; empleándose en buscar la relación óptima entre maestro y alumno, con la coherencia que exige cualquier posibilidad de crecimiento:

> *El modo mejor de Pedagogía es aquel que logra la confluencia en un esfuerzo común de los elementos docente y discente, que si torpeza fue el olvido en que se tuvo al alumno en tiempos pretéritos, torpeza sería hoy,... el desprecio a la idiosincrasia personal del maestro*. (Puig Adam, 1934:5)

Es necesario estudiar los niveles causales más profundos al analizar los errores de los alumnos (Mora, 2005; Torijano, 2004; Skovsmose, 1999; Thompson, 1984). De las ideas expresadas, se puede inferir que cuando un niño falla la causa de su error está en el profesor, la metodología, la familia, el libro de texto, o en fenómeno alguno de cualquier otra procedencia ajena o externa a él. En realidad eso no es lo que queremos decir, sino lo que queremos investigar.

2. Análisis de posibles situaciones de error

Desterrando los posibles «genios malignos»[2], intentaré ser, en este estudio, lo más objetivo posible. Esta objetividad no se apoyará en otro análisis que no

1 Niños y niñas de 9 ó 10 años de edad.

2 Descartes pensaba que un Genio Maligno le podría equivocar en los juicios.

sea el pedagógico, y no habrá más pruebas o refutaciones que las que se destinen a este fin.

Sea un referente cualquiera A. Si se compara B con A, diremos que B no presenta error con respecto a A, si y sólo si: B = A.

2.1. El acierto o el error científico del sujeto que responde

Cometemos error científico ante una pregunta, cuando hay discrepancia entre: lo que la ciencia espera por respuesta y, la respuesta que nosotros damos.

Ante una pregunta cualquiera P1 que pertenezca al campo científico, tenemos una respuesta de la ciencia (R1c) y una respuesta del sujeto al que se le formula la pregunta (R1s). Si, la respuesta del sujeto coincide con la respuesta de la ciencia respecto a la pregunta formulada (R1c = R1s / P1), entendemos que no hay diferencia entre lo que la ciencia espera y lo que el sujeto responde y, en este caso, el sujeto que responde, no comete error científico. Diremos, entonces, que hay un «acierto científico» (Ac).

Así, por ejemplo, sea la pregunta (P1): ¿Cuál es el resultado de sumar 1 + 2? Supongamos que la respuesta del sujeto es 3; (R1s = 3). Ante esa pregunta la respuesta de la ciencia es 3; (R1c = 3). Luego, no hay error científico, respecto a P1, porque R1c = R1s; así, tendremos: Ac, respecto a P1 (Ac1).

Si la respuesta del sujeto no coincide con la respuesta de la ciencia respecto a la pregunta formulada (R1c ≠ R1s / P1), entendemos que hay diferencia entre lo que la ciencia espera y lo que el sujeto responde y, en este caso, el sujeto que responde, comete «error científico» (Ec). Así, por ejemplo, sea la pregunta P1: ¿Cuál es el resultado de sumar 1 + 2? Supongamos que la respuesta del sujeto es 12; (R1s = 12). Ante esa pregunta la respuesta de la ciencia es 3; (R1c = 3). Luego, hay error científico respecto a P1 porque R1c ≠ R1s; así, tendremos: Ec, respecto a P1 (Ec1)[3].

3 Es necesario observar que el *Error científico* se establece por la discrepancia de la respuesta que se ofrece y, la respuesta de la ciencia. Es la respuesta de la ciencia, y no otra, la que sirve de referente para determinar este acierto o error. Nunca podremos atribuir *error científico* a una respuesta de un sujeto argumentando que no coincide con *lo que pone en el libro o con lo que el profesor sabe*. En muchas ocasiones es el contenido del libro el que comete *error científico,* al discrepar la ciencia con ese contenido.

Pongamos otro ejemplo:

Sea P3: A esto (enseñando un cubo) ¿se le llama cubo o cuadrado?
Tendríamos un *Acierto científico*, por el sujeto que responde si:
R3c = cubo, y, R3s = cubo; [(R3c = R3s) → Ac/P3] → Ac3

Tendríamos un *Error científico*, por el sujeto que responde si:
R3c = cubo, y, R3s = cuadrado; [(R3c ≠ R3s) → Ec/P3] → Ec3

En síntesis:

Dada una pregunta *n* cualquiera (P*n*), si la respuesta del sujeto coincide con la respuesta de la ciencia, se considera que el sujeto ha conseguido *acierto científico* en esa pregunta con esa respuesta (Ac*n*): R*n*c = R*n*s / P*n*; si la repuesta del sujeto no coincide con la respuesta de la ciencia, se considera que el sujeto ha cometido *error científico* en esa pregunta con esa respuesta (Ec*n*): R*n*c ≠ R*n*s / P*n*.

2.1.1. Situaciones indecidibles sobre acierto o el error científico

Existen situaciones en las que no se puede decidir si se comete, o no, error científico. Clasificaré estas situaciones en precisas e imprecisas.

– Situaciones indecidibles precisas

a) Respecto al saber de la ciencia.

Una de estas situaciones se da cuando la ciencia todavía no tiene respuesta a la pregunta *n* (P*n*) que se formula. Ante una respuesta «y» cualquiera del sujeto, no se podría decidir si hay error científico; como la ciencia no tiene respuesta, bien podría ser en un futuro la respuesta de la ciencia: «y» o «no y». En este caso podríamos entender que la respuesta del sujeto es una hipótesis[4].

Rns = y; Rnc = «y» ó «no y»

Como, Rnc (= ó ≠) Rns, no se puede decidir entre Ecn, y, Acn.

4 Cuando Eratóstenes calculó la longitud del radio de la Tierra, partió de dos hipótesis para las que en ese momento la ciencia no tenía respuesta: los rayos del sol que incidían en la superficie de la tierra eran paralelos; y, la tierra tenía forma de esfera. (La ciencia ha demostrado que esas hipótesis eran ciertas). Aristóteles creía que los insectos surgían por generación espontánea. (La ciencia ha demostrado que esa hipótesis era falsa).

En definitiva, podríamos evitar del análisis educativo las expresiones anteriores porque –simplemente– no existe todavía una respuesta de la ciencia.

b) Respecto al saber del sujeto.

Del mismo modo, puede ocurrir que un sujeto desconozca la respuesta a la pregunta formulada, teniendo ya la ciencia respuesta, o no, a esa pregunta. En este caso, tampoco podremos decidir sobre el error o el acierto científico, simplemente porque no hay respuesta del sujeto. En estas situaciones, se suele decir que el sujeto «no sabe»[5].

– Situaciones indecidibles imprecisas

Otra situación indecidible, y muy común en la actividad escolar, se da cuando la pregunta de la que se parte o la orden que se da no está bien formulada, creando ambigüedad de interpretación. Así por ejemplo, ante la orden: «colorea las hormigas que están lejos del hormiguero», la ciencia no podría responder porque no se ha expresado claramente el referente a partir del cual se tiene que comparar la distancia, generando ambigüedad de respuesta[6].

En estas situaciones suele suceder que:

- Los alumnos adivinan porque no tienen muy claro lo que se les pregunta y, sin embargo, se sienten con la necesidad de dar una respuesta.
- Los alumnos responden con una opinión totalmente subjetiva.
- El sujeto no responde debido a que no entiende lo que realmente se le está preguntando.

En estas situaciones, sea cual sea la respuesta del sujeto –por expresión u omisión–, no se podrá decidir sobre el acierto o error científico.

5 El sistema escolar suele establecer el mismo significado a «no sabe» y «comete error». No conviene confundir ambas expresiones; una cosa es *no saber* y, otra, muy distinta, *saber mal.*

6 Si se diera pintada en la ficha, por ejemplo, una hormiga de color marrón, una posible orden correcta podría ser: *da color a una hormiga que esté más lejos del hormiguero que la hormiga de color marrón.* (En este caso, la orden es correcta por objetividad en la comparación de distancias).

Estas desafortunadas situaciones aparecen con demasiada frecuencia en los libros de texto que utilizan nuestros niños y niñas.

2.2. Error o acierto de conocimiento

Para la distinción de este análisis de los errores, digamos que se comete «error de conocimiento», ante una pregunta *n* cualquiera (P*n*), cuando hay discrepancia entre: la respuesta de la ciencia a esa pregunta y, *la respuesta de* la pregunta (R*n*). La respuesta a una pregunta *es* la que *es* [(P*n*) = (R*n*)], y puede ser conocida o desconocida. *Nuestra intención es diferenciar el «conocimiento científico» del «conocimiento verdadero»*[7].

Ante una pregunta cualquiera P1 que pertenezca al campo científico, tenemos una respuesta de la ciencia (R1c) y la respuesta a la pregunta (R1). Si, R1c = R1 / P1, entendemos que no hay diferencia entre la respuesta de la ciencia y *la respuesta de* la pregunta. En este caso, la ciencia no habría cometido *error de conocimiento*. Diremos, entonces que la ciencia posee un «*acierto de conocimiento*» (Ak). Así, por ejemplo, sea la pregunta P1: ¿La tierra gira alrededor del sol?[8]. Ante esa pregunta la respuesta de la ciencia es SI; la respuesta a la pregunta es SI. Luego, no hay *error de conocimiento* respecto a P1 porque R1c = R1; así, tendremos: *acierto de conocimiento,* que representaremos simbólicamente: (Ak), respecto a P1 (Ak1)

Si, R1c ≠ R1 / P1, entendemos que hay diferencia entre la respuesta de la ciencia y la respuesta a la pregunta. En este caso, habría error de conocimiento (Ek). Así, por ejemplo, sea la pregunta P1: ¿La tierra gira alrededor del sol? Supongamos que esa pregunta nos la hacen en el año 980, la respuesta de la ciencia sería NO; la respuesta a la pregunta es SI. Luego, hay error de conocimiento respecto a P1 porque R1c ≠ R1; así, tendremos: Ek, respecto a P1 (Ek1)[9].

---

7 En el Mito de la Caverna que se expone en el libro VII de la República, Platón nos hace ver que aunque hay saber (me tomo la libertad de establecer una alegoría entre ese *saber* y el *conocimiento científico*), el *saber* puede contener error (no coincidir con el *conocimiento* verdadero).

8 Durante cierto tiempo, en determinadas épocas la ciencia ha vivido con creencias verdaderas, pues cuando un hombre miraba el sol creía que éste giraba a nuestro alrededor. Pero esa creencia verdadera nada dice de la verdad de lo que se creía.

9 Antiguamente se creía que el origen de las células estaba en los líquidos que circulaban por el cuerpo. El médico alemán Rudolf Virchow descubrió el error de conocimiento que sobre esa idea había hasta entonces contrariando la teoría al demostrar que toda célula se origina a partir de otra célula ya existente («*Omnis cellula e cellula*»). En la historia de la ciencia podemos encontrar muchos errores de conocimiento. Es normal, si consideramos, utilizando palabras de Feyerabend (1981) que «ninguna teoría concuerda nunca con todos los hechos conocidos de su dominio». La teoría especial de la relatividad se sostuvo a pesar de los inequívocos resultados experimentales de Kaufman en 1906. Son los nuevos hallazgos los que nos van desvelando aquellos errores de conocimiento por sostener desde la ciencia verdades que no lo eran. La comunidad científica no suele reaccionar muy bien,

En síntesis:

Cuando una información científica demuestra un día que otra información utilizada hasta entonces como creencia verdadera es incorrecta, se determina que la ciencia estaba en un *error de conocimiento* hasta ese momento[10].

Dada una pregunta *n* cualquiera (P*n*), si la respuesta de la ciencia (R*nc*) coincide con la respuesta de la pregunta (R*n*), se considera que la ciencia ha conseguido *acierto de conocimiento* en esa pregunta con esa respuesta (AK*n*): R*nc* = R*n* / P*n*; si la repuesta de la ciencia no coincide con la respuesta de la pregunta, se considera que la ciencia ha cometido *error de conocimiento* en esa pregunta con esa respuesta (EK*n*): R*nc* ≠ R*n* / P*n*.

Resumiendo los apartados anteriores sobre el acierto o el error científico y el acierto o el error de conocimiento, diremos:

* A toda respuesta (Rn) le corresponde una pregunta (Pn); [(Pn) = (Rn)]. La respuesta de la ciencia a esa pregunta (Rnc) puede coincidir, o no, con la respuesta de la pregunta (Rn). La respuesta del sujeto a la pregunta (Rns) puede coincidir, o no, con la respuesta de la pregunta (Rn). La respuesta del sujeto a esa pregunta (Rns) puede coincidir, o no, con la respuesta de la ciencia a esa pregunta (Rnc).

* Toda pregunta bien formulada tiene su respuesta. La respuesta a esa pregunta puede ser conocida o desconocida.

* A toda pregunta no le corresponde una respuesta.

* Preguntas distintas pueden tener la misma respuesta. P(x, j, n, g,...) = Rx

* No se pueden conocer todas las preguntas a las que puede dar respuesta la misma respuesta.

---

cuando alguna de esas «pseudoverdades» se ven amenazadas. Al gran matemático Hausdorff se le acusó de hacer «matemáticas degenerativas», como nos cuenta Durán (2009) y Cantor murió sin que sus contemporáneos comprendieran y aceptaran sus hallazgos. Quizás sea como dice Nietzsche (1990) porque «*En último término lo que amamos es nuestro deseo, no aquello que deseamos*».

Que por un punto exterior a una recta, no pase ninguna paralela, puso en jaque a la geometría euclidiana y rápidamente fue desechada la idea por uno de sus primeros descubridores, un jesuita matemático de la universidad de Pisa, llamado Saccheri.

Hace unos años se creía que el universo se encogía por la fuerza de la atracción. Hoy ya se sabe que se expande y que la fuerza de la atracción no es única. Actualmente se desconoce cómo interactúan estas fuerzas.

10 No es nuestra intención implicarnos en ninguna definición de conocimiento; no la necesitamos. No obstante, para aquellos a los que hayamos desvelado una inquietud sobre el tema, recomiendo esa maravillosa obra maestra de Bertrand Russell (1992): «El conocimiento humano. Su alcance y sus límites».

2.3. El acierto o el error lógico del sujeto que responde

Se pueden obtener conclusiones falsas mediante razonamientos válidos. La falsedad de la conclusión no supone la invalidez del razonamiento utilizado. Si partimos de premisas falsas, podemos llegar a: una conclusión falsa, con un razonamiento correcto o con un razonamiento incorrecto; y, llegar a una conclusión verdadera, con un razonamiento incorrecto. Si partimos de premisas verdaderas, podemos llegar a: una conclusión verdadera, con un razonamiento correcto; y, a una conclusión falsa con un razonamiento incorrecto.

Ante una expresión condicional cualquiera (C*n*), de la forma «Si *a*, entonces, *b*» (implicación simple), ó, «Si *a*, entonces y sólo entonces, *b*» (bicondicional), existen cuatro formas de inferir: afirmando y negando, antecedente o consecuente. Se dirá que el sujeto comete *error lógico* (EL), cuando el razonamiento que utilice sea incorrecto. Es decir, cuando haya desigualdad entre lo que la lógica espera por respuesta o conclusión (RL) y, lo que el sujeto expresa por respuesta o conclusión (Rs). Se considerará en la respuesta *acierto lógico* (AL), cuando el razonamiento que utilice el sujeto sea correcto. Es decir, cuando haya igualdad entre lo que la lógica espera por respuesta o conclusión (RL) y, lo que el sujeto expresa por respuesta o conclusión (Rs).

Supongamos que partimos de la condicional C1: «si sumo, entonces junto». Ante la pregunta (P1) ¿Qué tengo que hacer para sumar? La lógica espera que digamos «juntar». El sujeto al que se le hace la pregunta, responde: «juntar». Luego, podemos concluir que ese sujeto no comete error lógico, respecto a la pregunta «¿qué tengo que hacer para sumar?», en función de la condicional C1: «si sumo, entonces junto». En este caso diremos que el sujeto ha conseguido un *acierto lógico* (AL), con la respuesta dada a la pregunta formulada, respecto a la condicional utilizada:

$$[(R1L = R1s)/C1 \rightarrow AL/P1] \rightarrow AL1$$

Para el análisis sobre el acierto o el error lógico lo importante es *la condicional de la que parte el sujeto*. Supongamos la pregunta: ¿cuál es el nombre de esta figura (mostrando un cuadrado apoyado sobre un vértice)? Supongamos la condicional: «si una figura de cuatro lados iguales se apoya sobre un vértice, entonces es un rombo» La lógica espera que razonemos correctamente respecto a esa condicional (Si *a*, entonces, *b*. Se da *a*, luego se concluye *b*), así que si el sujeto responde: «es un rombo», el sujeto no ha cometido error lógico con esa respuesta a la pregunta formulada, respecto a la condicional utilizada.

Supongamos la pregunta: ¿Cuál es el resultado de restar 6-3? Es muy importante descubrir la condicional de la que parte el sujeto que establece el razonamiento. Supongamos la condicional: «Si resto, entonces quito lo que resto y doy por resultado lo que queda». La lógica espera que razonemos correctamente respecto a esa condicional así que si el sujeto responde 6, después de razonar de esta manera: «Tengo que decir lo que queda después de quitar lo que quitemos que se resta, así, que digo 6, porque quito el 3 y lo que le queda es el 6». En este caso el sujeto no ha cometido ningún error lógico. De aquí observamos que las conclusiones son falsas porque partimos de premisas falsas, pero eso no quiere decir que el sujeto no razone, pues ya se ve que razona perfectamente[11]. Puede ocurrir que esas premisas falsas se deban a un mal entendimiento del contendido trabajado o estudiado, esto serían causas internas al sujeto: falta de atención, de estudio, de memorización. También se pueden deber a causas externas al sujeto: informaciones de padres o profesores, libros de texto, otras personas o diversas fuentes…

Supongamos la pregunta (P2): ¿Cuál es el nombre de esta figura (mostrando un rombo)?

Reitero la importancia de descubrir la condicional de la que parte el sujeto que establece el razonamiento. Supongamos la condicional (C2): «si cuadrado, entonces y sólo entonces, cuatro lados iguales y un ángulo recto» La lógica espera que razonemos correctamente respecto a esa condicional (R2L), así que si el sujeto responde (R2s): «es un cuadrado, porque esa figura tiene cuatro lados iguales», el sujeto ha cometido error lógico con esa respuesta a la pregunta formulada, respecto a la condicional utilizada[12]:

$$[(R2L \neq R2s)/C2 \rightarrow EL/P2] \rightarrow EL2$$

11 No podemos confundir el razonamiento realizado, con el significado del contenido de las premisas. En este caso existe en el sujeto una dificultad clara de distinción entre la formalización utilizada (6-3) y la comprensión del concepto de sustracción como operación matemática. Sabemos, entonces, lo que sucede, pero no por qué sucede, pues no tenemos datos suficientes –con esa respuesta– para determinar si las causas de esa dificultad de distinción se deben a circunstancias externas o internas a este sujeto.

12 No ha tenido en cuenta para la conclusión del razonamiento la conjunción copulativa «y» en la expresión del consecuente.

En síntesis:

Para decidir sobre *el acierto o el error lógico* es necesario que, ante una pregunta formulada, podamos comparar el razonamiento utilizado por el sujeto para expresar la respuesta, con el razonamiento correcto, según la Lógica. Para que esto sea posible, debemos descubrir la condicional establecida por el pensamiento del sujeto, que ha utilizado como premisas. Es esta condicional (o conjunto de condicionales), y no otra, la que hay que tomar por referente para estudiar la validez del razonamiento del sujeto.

Dada una pregunta *n* cualquiera (P*n*), si la respuesta del sujeto respecto a una condicional utilizada R*ns*/C*n*, coincide con la respuesta de la lógica, respecto a esa condicional (R*n* L/C*n*), se entiende que hay igualdad entre lo que la lógica espera y lo que el sujeto responde [(R*n*L = R*ns*)/C*n*], y se considera *acierto lógico* de la respuesta dada por el sujeto a la pregunta formulada, respecto a la condicional utilizada [(AL/P*n*) → AL*n*].

$$[(\mathrm{R}n\mathrm{L} = \mathrm{R}ns)/\mathrm{C}n \rightarrow \mathrm{AL}/\mathrm{P}n] \rightarrow \mathrm{AL}n$$

Dada una pregunta *n* cualquiera (P*n*), si la respuesta del sujeto respecto a una condicional utilizada R*ns*/C*n*, no coincide con la respuesta de la lógica, respecto a esa condicional (R*n* L/C*n*), se entiende que hay desigualdad entre lo que la lógica espera y lo que el sujeto responde [(R*n*L ≠ R*ns*)/C*n*], y se considera *error lógico* de la respuesta dada por el sujeto a la pregunta formulada, respecto a la condicional utilizada [(EL/P*n*) → EL*n*].

$$[(\mathrm{R}n\mathrm{L} \neq \mathrm{R}ns)/\mathrm{C}n \rightarrow \mathrm{EL}/\mathrm{P}n] \rightarrow \mathrm{EL}n$$

Ante una pregunta cualquiera (P*n*) que pertenezca al campo científico, el sujeto emite una respuesta (R*ns*). Esta respuesta está en función de uno o varios razonamientos a partir de una o varias condicionales (C*n*). Toda respuesta dada por un sujeto a una pregunta formulada es consecuencia del pensamiento como actividad intelectual; el funcionamiento de la mente humana no conoce otra posibilidad de buscar, encontrar y expresar una respuesta. Es imposible que existan sujetos que *respondan* sin razonar[13].

13 Entiendo por razonar, juzgar mediante razonamientos. No todo el que razona lo hace correctamente, según las leyes de la lógica. Que se razone incorrectamente, no quiere decir que no se razone. Una cosa es no razonar; y otra, muy distinta, razonar incorrectamente.

2.3.1. Situaciones indecidibles sobre el acierto o el error lógico

Si algún sujeto expresa sin razonar algún «*intento de respuesta*» a la pregunta formulada, se debe a un desequilibrio emocional: miedo, angustia, ansiedad,... que inhibe cualquier pensamiento claro. En este caso, no podemos decir que el sujeto ha dado respuesta a la pregunta, puesto que ha sido incapaz de dar «su respuesta»; ha sustituido el razonamiento por la adivinación. La expresión emitida por el sujeto en su «*intento de respuesta*» es fruto del azar. En estas situaciones no se puede analizar el acierto o el error lógico cometido por el sujeto.

Toda respuesta que expresamos tiene un por qué, aunque de ello no sea consciente el que responde. En el apartado anterior sobre el análisis de «acierto o error lógico» se vio que existe un/os razonamiento/s que me lleva/n a dar esa respuesta, y no otra. Si el sujeto al cual se le pregunta ha sido intimidado o irritado, la respuesta que da no es consecuencia de un pensamiento libre sino de un pensamiento *sometido*, la mente no puede razonar en ese estado de tensión y se expresa por presentimientos. En estos casos, como decíamos anteriormente, no podremos decidir si hay, o no, error lógico, y pasarían al grupo de situaciones indecidibles en este estudio.

Tampoco podremos tomar decisión alguna, si no podemos descubrir la condicional de la que ha partido el sujeto. Para decidir sobre *el acierto o el error lógico* es necesario que, ante una pregunta formulada, haya una respuesta de la lógica (razonamiento lógico) y una respuesta mediante el razonamiento del sujeto. Serán situaciones indecidibles aquellas en las que no podamos obtener, con independencia de toda causa: respuesta por el razonamiento lógico o, respuesta por el razonamiento del sujeto.

2.4. Relaciones entre las situaciones de acierto o error, lógico y científico

Supongamos la pregunta (Pt): ¿Cuál es el resultado de sumar 1 + 2? Supongamos que la respuesta del sujeto es 12; Rts = 12. Supongamos que la condicional que utiliza para su razonamiento es (Ct) «Si sumo, entonces junto»; razonando de esta manera: «tengo que sumar. Sumar es juntar, luego junto el 1 y el 2». Ante esa condicional (Ct) el razonamiento es válido y la respuesta de la lógica es 12; RtL = 12. Luego, no hay error lógico para Pt, respecto a Ct, porque (RtL = Rts); así, tendremos: *acierto lógico* (AL), respecto a la condicional utilizada (Ct) para Pt (ALt).

Sin embargo, sí hay *error científico* porque la respuesta de la ciencia (RtC), no coincide con la respuesta del sujeto (Rts): RtC = 3; Rts = 12 → [(RtC ≠ Rts)

$$[(RtL = Rts)/Ct \rightarrow AL/Pt] \rightarrow ALt$$

$$[(RtC \neq Rts) \rightarrow EC/Pt] \rightarrow ECt$$

Lo que demostramos en este caso es que puede haber error científico y no haber error lógico. Un alumno puede errar ante la ciencia y, razonar perfectamente. Si el razonamiento es perfecto, ¿qué obstaculizaba el acierto?

Supongamos la pregunta (Px): ¿Es el número 346 un número par? Supongamos que la respuesta del sujeto es NO; (Rxs = NO). Supongamos que la condicional que utiliza el sujeto es (Cx) «todo número que acaba en cero es par»; razonando de la siguiente manera: «el número 346 no acaba en cero»; «todo número que acaba en cero es par, luego sólo son pares los números que acaban en cero, como el número 346 no acaba en cero, entonces no es par». Ante la Condicional (Cx) el razonamiento utilizado es incorrecto y la respuesta de la lógica es distinta a NO[14]; (RxL ≠ NO). Luego, hay error lógico para (Px), respecto a (Cx), porque (RxL ≠ Rxs); así, tendremos: *error lógico* (EL), respecto a la condicional utilizada (Cx) para Px (ELx).

En este caso, tampoco la respuesta de la ciencia coincide con la respuesta del sujeto, por lo que también hay *error científico*.

Demostramos que puede haber error científico y haber error lógico. Un alumno puede errar ante la ciencia y errar ante la lógica con el razonamiento:

$$[(RxC \neq Rxs) \rightarrow EC/Px] \rightarrow ECx$$

$$[(RxL \neq Rxs)/Cx \rightarrow EL/Px] \rightarrow ELx$$

2.4.1. Distintos casos

Caso 1: Situación que se da cuando el sujeto comete error científico y error lógico.

La respuesta del sujeto no coincide ni con lo que la ciencia espera, ni con el razonamiento de la lógica. Son situaciones en las que se puede explicar el error

14 La condicional utilizada no dice que sólo los números que acaben en cero son pares, por lo que no se puede deducir que sólo sean pares aquellos números que acaben en cero.

científico, principalmente por el error lógico. Las causas de estos errores suelen ser internas al sujeto.

Sea la pregunta Pn, y la condicional o conjunto de condicionales Cn:

$$[(Rnc \neq Rns) \rightarrow Ec/Pn] \rightarrow Ecn$$

$$[(RnL \neq Rns)/Cn \rightarrow EL/Pn] \rightarrow ELn$$

Error científico y error lógico

Sea Pz: ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 2 y 3?
Cz: «El m.c.m. de 2 y de 3 es el menor de los múltiplos comunes». «Los múltiplos de un número son los que se obtienen de multiplicar a dicho número por otro número cualquiera, distinto de cero». Si multiplico a 2 por un número cualquiera, (sea 2), y a 3 por un número cualquiera (sea 2), obtengo 4 y 6, luego es 4 porque es el menor. Se da un error científico y un error lógico.

Caso 2: Situación que se da cuando el sujeto no comete error científico y sí comete error lógico.

La respuesta del sujeto coincide con lo que la ciencia espera, pero el razonamiento inferido a partir de la condicional utilizada es incorrecto y no coincide con el razonamiento de la lógica. Son situaciones en las que se puede explicar el acierto científico, por diversas razones, entre las que principalmente se pueden citar: el azar y la casualidad, el sujeto ha copiado sin enterarse del por qué de la respuesta, otras personas distintas al sujeto le han dicho la respuesta. Las causas de estos errores suelen ser internas al sujeto.

$$[(Rnc = Rns) \rightarrow Ac/Pn] \rightarrow Acn$$

$$[(RnL \neq Rns)/Cn \rightarrow EL/Pn] \rightarrow ELn$$

Acierto científico y error lógico

Sea Pz: ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 2 y 3?
Cz: «El m.c.m. de 2 y de 3 es el menor de los múltiplos comunes». «Los múltiplos de un número son los que se obtienen de multiplicar a dicho número por otro número cualquiera, distinto de cero». Si multiplico a 2 por un número cualquiera, (sea 4), y a 3 por un número cualquiera (sea 2), obtengo 8 y 6. El menor de los dos números es 6. Luego el m.c.m. de 2 y 3 es 6. Se da un acierto científico y un error lógico.

Caso 3: Situación que se da cuando se consigue un acierto científico y se razona correctamente; no se comete error científico y no se comete error lógico.

La respuesta del sujeto coincide con lo que la ciencia espera, y el razonamiento del sujeto coincide con el razonamiento de la lógica. Son situaciones en las que se puede explicar el acierto científico, principalmente por el acierto lógico. Las causas de estos errores suelen ser internas y externas al sujeto.

$$[(Rnc = Rns) \rightarrow Ac/Pn] \rightarrow Acn$$

$$[(RnL = Rns)/Cn \rightarrow AL/Pn] \rightarrow ALn$$

Acierto lógico y acierto científico

Sea Pz: ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 2 y 3?
Cz: «El m.c.m. de 2 y de 3 es el menor de los múltiplos comunes». «Los múltiplos de un número son los que se obtienen de multiplicar a dicho número por otro número cualquiera, distinto de cero». Si multiplico a 2 por un número cualquiera, (sea 2), y a 3 por un número cualquiera (sea 2), obtengo 4 y 6. Estos números no coinciden. Tengo que buscar números que coincidan al multiplicar por 2 y al multiplicar por 3: 6, 12, 18,... El menor de todos ellos es 6. Luego el m.c.m. de 2 y 3 es 6. Se da un acierto científico y un acierto lógico.

Caso 4: Situación que se da cuando se comete error científico y no se comete error lógico.

La respuesta del sujeto no coincide con lo que la ciencia espera, pero el razonamiento inferido a partir de la condicional utilizada es correcto y coincide con el razonamiento de la lógica. Son situaciones en las que se puede explicar el error científico porque es falso el contenido de las condicionales que se utilizan para el razonamiento lógico. Las causas de estos errores suelen ser internas y externas al sujeto. En la mayoría de los casos son externas y se deben a la enseñanza de: contenidos científicamente inciertos, hábitos incorrectos y falsas inducciones.

$$[(Rnc \neq Rns) \rightarrow Ec/Pn] \rightarrow Ecn$$

$$[(RnL= Rns)/Cn \rightarrow AL/Pn] \rightarrow ALn$$

Error científico y acierto lógico

Sea Pz: ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 2 y 3?
Cz: «El m.c.m. de 2 y de 3 es el menor de los múltiplos comunes». «Los múlti-

plos de un número son los que se obtienen de multiplicar a dicho número por otro número cualquiera» «El libro dice que 0 es un múltiplo de 2 porque es un resultado de multiplicar a 2». Luego, el número cero es un múltiplo de 2; el cero es un múltiplo de 3: el número cero es el menor de los múltiplos comunes. Se da un error científico y un acierto lógico.

En cierta ocasión para explicarle a un niño el concepto de mitad, se le dejaba jugar con fichas de cartón blando, presentándole el desafío de repartir de tal forma que, tanto el profesor como él tuvieran la misma cantidad. No hubo problema con un número par de fichas. Con una ficha necesitó algo de ayuda, pero no fue difícil llevarle a la partición. Mientras resolvía con éxito los ejercicios que el profesor consideraba, tanto con un número par como impar de fichas, se le informaba de que «lo que él tenía era una mitad y el profesor tenía otra mitad porque había repartido para que los dos tuvieran el mismo número de fichas». No tardamos mucho en darnos cuenta de que la información dada a este alumno fue ambigua y poco rigurosa. A los pocos días se dio cuenta de que en la clase todos los niños utilizaban el mismo libro. Refiriéndose a esa situación se expresó diciendo que todos los niños tenían una mitad, porque a todos se les había repartido lo mismo. Lo que este niño aprendió del concepto mitad es que era lo que cada uno tenía después de hacer un reparto equitativo; así, bien podría ser dos una mitad de 8, si se reparte equitativamente entre cuatro niños.

Sea p.ej. ¿Cuál es la mitad de 6?

Cj: «la mitad de 6 es el resultado que se obtiene de repartir seis equitativamente. No me han dicho entre cuántos hay que repartir»; razonando de esta manera: «no se puede saber, porque no se sabe entre cuántas personas hay que repartir». El sujeto ha cometido un error científico, pero ha razonado perfectamente. La causa de este aprendizaje fallido es, en este caso, externa al sujeto.

Podríamos considerar un Caso 0: Aquel que represente cualquier situación indecidible.

2.4.2. Atención a la práctica educativa

Si por innovar entendemos mejorar resultados y evitar dificultades en el aprendizaje, la investigación educativa sabe que el mejor tratamiento viene siempre después de un buen diagnóstico. Los resultados de la enseñanza no son otros que aquellos que pueden ser medidos por el aprendizaje. Esto nos lleva a considerar cualquier error en el que aprende, como dato óptimo de investigación para la innovación educativa.

En este sentido es responsabilidad de la enseñanza:

– Favorecer situaciones que se representen en el Caso 3.

– Estudiar las causas y evitar situaciones que se representen en el Caso 2.

– Evitar situaciones que se representen en el Caso 0.

– Estudiar las causas de las situaciones que se representen en el Caso 4: evitar que estas situaciones se presenten en la actividad escolar; o, si ya se han presentado, reconocerlas e identificarlas con claridad para corregirlas con rapidez.

– Estudiar las causas de las situaciones que se representen en el Caso 1, y evitarlas considerando la ayuda de otros especialistas.

– Elaborar un tratamiento, sólo cuando se tiene claro el diagnóstico.

3. Palabras para terminar: muy lejos de una conclusión

Si hemos llegado hasta aquí, habremos llegado también ya con algunas conclusiones: unas, se habrán recogido en la lectura y al final de algunos apartados; otras, serán propias de nuestra reflexión y se habrán generado a partir de una aceptación o rechazo, en… una nota a pie de página, entre las líneas de un párrafo, con un… *entonces*… desde un… *pero*… o un *¡claro!*

Las conclusiones a las que cada uno de nosotros hemos llegado son las que realmente importan. Y lejos estará de cualquier conclusión aquello que no pase del pensamiento a la acción.

Terminaré con algunas ideas que me gustaría subrayar o «re-subrayar».

3.1. Las hipótesis

Las hipótesis de las que en un principio partimos para la realización de este estudio sobre el acierto o el error, lógico y científico, son las siguientes:

a) Que las respuestas que obtenemos no coincidan con las que esperamos implica –simplemente– discrepancia entre la enseñanza y el aprendizaje, y no significa en modo alguno que el niño no razone.

b) El niño nunca responde por azar, si no ha sido intimidado.

c) El niño nunca quiere fallar o hacerlo mal, si no ha sido irritado.

d) Ni existe, ni existirá método alguno de enseñanza superior a la capacidad de aprendizaje de la mente humana. (Si un método no funciona con una o varias personas se intentará cambiar el método, no a las personas).

Admitiendo en todo momento, que los procesos cognitivos que operan en el ser humano sobre el conocimiento están en íntima y estrecha relación con las emociones. (Adolphs, Eichenbaum, Delius, Kaas, LeDoux, Picard, Tononi, 2002; Fernández, 2010).

3.2. Los diálogos

Es representación de la habitual práctica educativa actuar desde la enseñanza, sin tener en cuenta el cómo se aprende, aun cuando esté sumamente reconocido en la teoría (Gardner, 1983; Postman, y Weingartner, 1969). Son demasiados los profesores que padecen el *síndrome de la respuesta esperada*. Este síndrome consiste en preguntar al niño hasta que uno de ellos dice lo que el profesor espera oír. Para que no haya confusión, distinguiremos el desarrollo del proceso para la adquisición del conocimiento y, la evaluación de lo aprendido: por un lado, proceso; y, por otro, evaluación.

Entiendo por proceso de aprendizaje el camino que hay que recorrer para pasar del «no saber» al «saber». En este proceso de aprendizaje no tiene ningún sentido corregir al niño, con *bien, mal* o, palabras parecidas y expresiones o gestos dirigidos al mismo fin. Si un niño o una niña están en proceso de aprendizaje de un concepto A, no tiene sentido incorporar *bien* o *mal* a respuestas relacionadas con ese concepto. Supongamos que el concepto A es «diagonal».

Profesor/a (P): ¿Cómo se llama a la línea que une dos vértices consecutivos?

Niño/a (N): Lado

P: ¿cómo se llama a la línea que no une dos vértices consecutivos?

N. «No lado»

P: Mal

N: Ya, no..., pero... creo que se llama recta oblicua.

P: ¡Vamos mejorando!

N: No, ya lo sé... de Thales

P: Pero... ¿qué Thales?

(El niño que participa ya se calla y otra niña interviene)

Na: Creo que yo lo vi en un sitio con mi padre y se llama bisectriz.

Nc: No; yo lo sé. Se llama diagonal.

P: ¡Muy bien! ¿Cómo te llamas?

Comparemos el diálogo anterior, con el siguiente diálogo:

P: ¿Cómo se llama a la línea que une dos vértices consecutivos de un polígono?

N: Lado.

P: ¿Une esta línea dos vértices consecutivos en este polígono? (pregunta el profesor mientras dibuja cualquier diagonal)

N: No.

P: ¿cómo se llama a la línea que no une dos vértices consecutivos en un polígono?

N: «No lado».

P: ¿Podrías dibujar los «no lados» de esta figura? Propone el profesor al niño mientras dibuja un polígono convexo y observa lo que hace el alumno. (El alumno representa las diagonales sin dificultad alguna por la intuición recogida) El profesor le pone un contraejemplo.

P: Dime ¿esta línea une o no une dos vértices consecutivos? Pregunta el profesor trazando una línea que una por ejemplo los puntos medios de dos lados de un cuadrado.

N: Esa línea no une dos vértices consecutivos.

P: ¿Observas alguna diferencia con la tuyas?

N: Sí, que las mías no unen dos vértices consecutivos pero unen vértices y las tuyas no unen ningún vértice, ni consecutivo ni no consecutivo.

P: Podríamos reflexionar sobre estas dos expresiones y ver si hay o no diferencias entre ellas: «Trazar una línea que no una dos vértices consecutivos», y la otra «trazar una línea que una dos vértices no consecutivos».

N: Sí, porque la segunda dice que tienen que ser vértices y la otra no.

P: Lo que yo hago ahora en esta figura ¿a qué hace referencia a la primera o a la segunda?, pregunta el profesor mientras traza las diagonales de cualquier polígono.

N: A la segunda.

P: Podríamos llamar a esta línea «no lado» como decíais anteriormente.

N: Sí, pero no lado con vértices.

P: ¿Qué quieres decir con «no lado con vértices»?

N: Pues que esa es no lado pero tiene vértices y cuando la línea no pasa por los vértices, no es la línea que estamos haciendo.

P: Digamos entonces que esa línea que tú llamas «no lado con vértices» en matemáticas se llama «diagonal».

P: Tracemos las diagonales de estas figuras. El profesor propone figuras tanto cóncavas como convexas. Ahora es cuando el profesor dará la definición correcta de diagonal y los niños memorizarán cómo se llama lo que ya saben qué es. La memoria se mantendrá sin riesgos a largo plazo debido a la fuerza de su comprensión.

3.3. La necesidad de escuchar

La diferencia entre los dos diálogos anteriores es abismal. Para llegar a este último diálogo el profesor tiene que *saber* (dominar la ciencia –materia de estudio–) y *escuchar* (entender el razonamiento utilizado por los niños). Si observamos el primer diálogo veremos que, al negar la idea lógica que la mente del niño ha expresado como «diagonal» y no investigar el significado y sentido que su mente le da, es muy probable que su cerebro guarde premisas falsas sobre el concepto, derivadas por un aprendizaje desde la adivinación y estar éste sometido a la tensión de la búsqueda de la respuesta esperada por el profesor. Así, por ejemplo, cuando a este alumno se le preguntara por la *diagonal,* podría (a modo de ejemplo para ilustrar lo que queremos comunicar) trazar una línea que uniera dos lados de la figura, ya que esa línea no une dos vértices consecutivos, pensando, por ejemplo, de la siguiente manera: «Si no une dos vértices consecutivos entonces diagonal. Esta línea no une dos vértices consecutivos. Luego esta línea es diagonal.»

Una de las principales tareas de la investigación educativa debería consistir en estudiar seriamente el por qué de las respuestas del alumno. Determinando con objetividad el tipo de caso con el que se encuentra, analizar en consecuencia las posibles causas para prevenir futuros errores y mejorar la práctica docente.

Utilizando palabras de Brousseau (1983) podemos decir que un obstáculo es un conocimiento, no una falta de conocimiento. «*La rectificación de errores ha de* *atender la diversidad de causas que los producen»* (Arroyo, 1992:166). Sólo nos queda, entonces, subrayar la importancia de este estudio en los procesos de enseñanza-aprendizaje, en los que se encuentra presente en todo momento la corrección[15], entendiendo por ésta: la identificación del error y, la transformación del error en acierto.

Espero que no haya sido «un error» este estudio sobre el *error*. Del mismo modo espero que no se encuentren en él más errores que los citados como *errores* para su identificación. Acepto al menos que sería un error no considerarlo un *posible* error. Con seguridad, y sin duda alguna, ¡error hubiera sido privarme de estas reflexiones!; siempre es un alivio saber que «*se cometen muchos menos errores usando datos incorrectos que no empleando dato alguno*» (Babbage)[16].

BIBLIOGRAFÍA

Adolphs, R., Eichenbaum, H., Delius, J. D., Kaas, J., LeDoux, J., Picard, R. y Tononi, G. (2002). *Emoción y conocimiento. La evolución del cerebro y la inteligencia.* Barcelona: Tusquets Editores.

Arroyo, S. (1992). *Teoría y práctica de la escuela actual*. Madrid: Siglo XXI.

Brousseau, G. (1983). Les obstacles epistémologiques et les problémes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Maihematiques, 4(2), 164-198.*

Descartes, R. (1982). *Discurso del Método*. Madrid: Alianza.

Durán, A. (2009). *Pasiones, piojos, dioses... y matemáticas*. Barcelona: Ediciones Destino.

Fernández, J. A. (2010). Neurociencias y enseñanza de la matemática. Prólogo de algunos retos educativos. *Revista Iberoamericana de Educación,* 51, 3-25.

Feyerabend, P. (1981). *Tratado contra el método*. Madrid: Tecnos. Gardner, H. (1983). *The Frames of Mind*. New York: Basic Book.

Guijarro, V. y González, L. (2010). *La quimera del autómata matemático. Del calculador medieval a la máquina analítica de Babbage*. Madrid: Ed. Cátedra.

15 Es indiscutible la necesidad de la corrección en los procesos de enseñanza-aprendizaje: he ahí el qué; lo que necesariamente tendríamos que discutir son los modos que se utilizan para corregir: he ahí el cómo.

16 Charles Babbage, matemático y científico inglés del siglo XIX. Citado por, Guijarro y González (2010).

Kaufman, W. (1906). ÜÜber die Konstitution des Elektrons. *Ann, Phys, núm 19-487.*

Mora, D. (Coord.) (2005). *Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática: perspectivas para la transformación de la educación matemática en América Latina.* Bolivia: Gidem-Campo Iris.

Nietzsche, F. (1990). *Más allá del bien y del mal*. Madrid: Ediciones PPP.

Platón (1994). *La República*. Barcelona: Edicomunicación.

Postman, N. and Weingartner, C. (1969). *Teaching as a Subversive Activity*. New York: Dell.

Rey Pastor, J. y Puig Adam, P. (1934). *Elementos de geometría racional*. (Tomo I Geometría Plana) Madrid: Imp. A. Marzo.

Russell, B. (1992). *El conocimiento humano*. Barcelona: Editorial Planeta.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente. [Traducción al español por Paola Valero del original en inglés *Towards a philosophy of critical mathematics education*, 1994, Kluwer Academic Publishers B.V.].

Téllez, J. A. (2006). Inmigración, sociedad y escuela. *Revista Educación y Futuro, 15, 25-39.*

Thompson, A. (1984). The relationship of teachers' concetions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics, 15, 105-127.*

Torijano, A. (2004). *Errores de aprendizaje, aprendizaje de los errores*. Madrid: Arco Libros.